

# 8 散乱行列の固有分解

## Covariance, Coherence 行列の情報は等価

- Covariance, Coherence 行列は互いにユニタリ変換が可能なエルミート行列
- 固有値、固有ベクトルに「展開が可能であり、どちらの行列でも同じ展開が得られる。
- 集合平均をとる局所領域毎に最大固有値をとる偏波基底が変化する。
- こうした固有値から局所地域の特徴を把握する

# Variance/Coherency行列の固有値展開

$$\begin{aligned}\langle [T] \rangle &= \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p^\dagger \\ &= [U_3] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} [U_3]^\dagger = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^\dagger\end{aligned}$$

# 固有値解析

- 固有ベクトルは重要な因子の方向を示す。
- 固有値は、固有ベクトルの寄与度の大きさを示す。
- これらを用いて、分布の特徴を解析・分類に利用する



# 固有値、エントロピー、アルファ角

$$[U_3] = [e_1, e_2, e_3]$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_3 \\ \sin \alpha_1 \cos \beta_1 e^{j\delta_1} & \sin \alpha_2 \cos \beta_2 e^{j\delta_2} & \sin \alpha_3 \cos \beta_3 e^{j\delta_3} \\ \sin \alpha_1 \sin \beta_1 e^{j\delta_1} & \sin \alpha_2 \sin \beta_2 e^{j\delta_2} & \sin \alpha_3 \sin \beta_3 e^{j\delta_3} \end{bmatrix}$$

$$P_i = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 + \lambda_3}$$

$$H = -\sum_{i=1}^3 P_i \log_3 P_i$$

$$\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^3 P_i \alpha_i$$

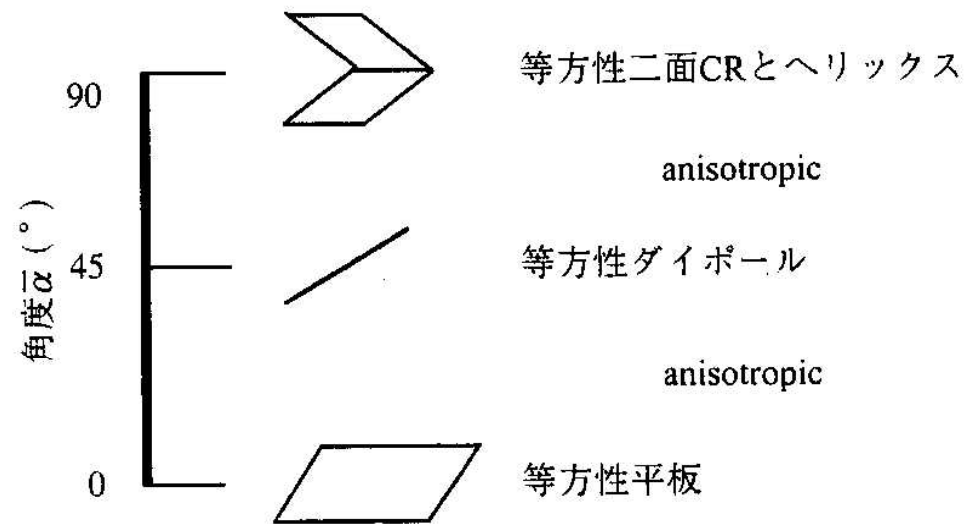
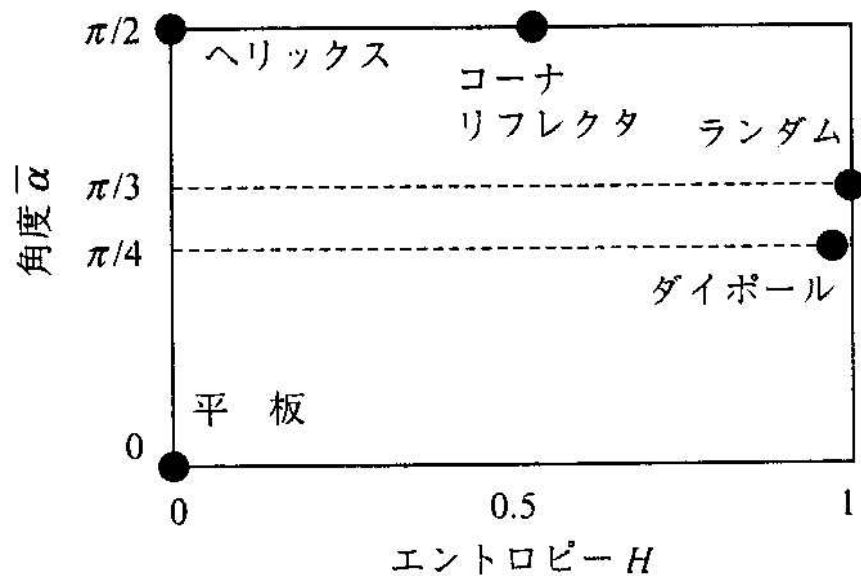


# 基本ターゲットの固有値、エントロピー、アルファ角

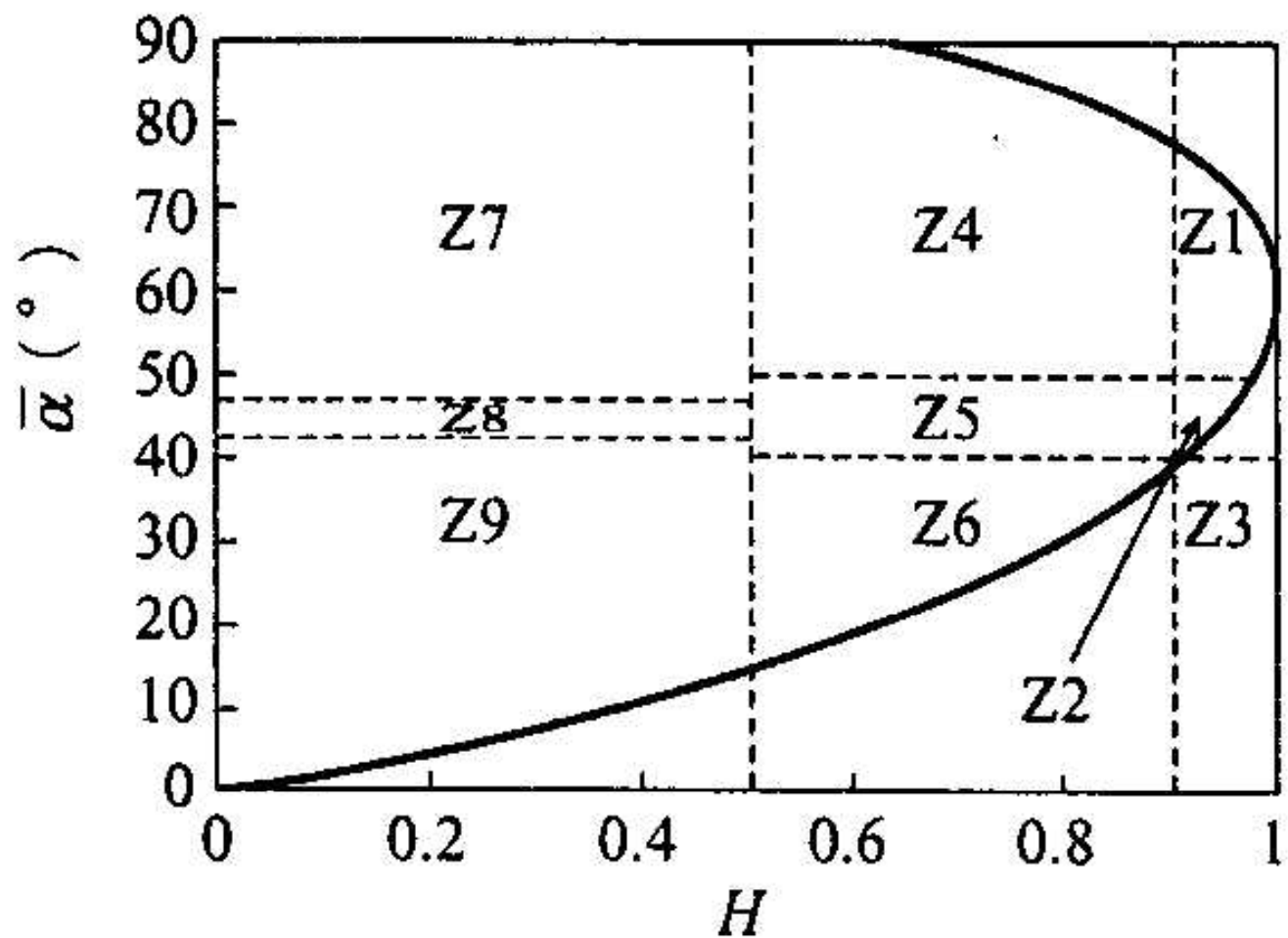
$$\alpha_1=0, \quad \alpha_2=\pi/2, \quad \alpha_3=\pi/2$$

	散乱行列 $\begin{bmatrix} a & c \\ c & b \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$	$\lambda_1 = \frac{1}{2} a+b ^2$ $\lambda_2 = \frac{1}{4} a-b+j2c ^2$ $\lambda_3 = \frac{1}{4} a-b-j2c ^2$	確率	角度 $\bar{\alpha}$	エントロピー $H$
平板, 球	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\lambda_1=1$ $\lambda_2=0$ $\lambda_3=0$	$P_1=1$ $P_2=0$ $P_3=0$	0	0
ダイポール	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\lambda_1=1/2$ $\lambda_2=1/4$ $\lambda_3=1/4$	$P_1=1/2$ $P_2=1/4$ $P_3=1/4$	$\frac{\pi}{4}$	0.95
二面 CR (diplane)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\lambda_1=0$ $\lambda_2=1/2$ $\lambda_3=1/2$	$P_1=0$ $P_2=1/2$ $P_3=1/2$	$\frac{\pi}{2}$	0.63
ヘリックス	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\lambda_1=0$ $\lambda_2=0$ $\lambda_3=1$	$P_1=0$ $P_2=0$ $P_3=1$	$\frac{\pi}{2}$	0
ランダムな配列		$\begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$	$\lambda_1=1/3$ $\lambda_2=1/3$ $\lambda_3=1/3$	$P_1=1/3$ $P_2=1/3$ $P_3=1/3$	$\frac{\pi}{3}$	1

# アルファエントロピー とターゲットの形状

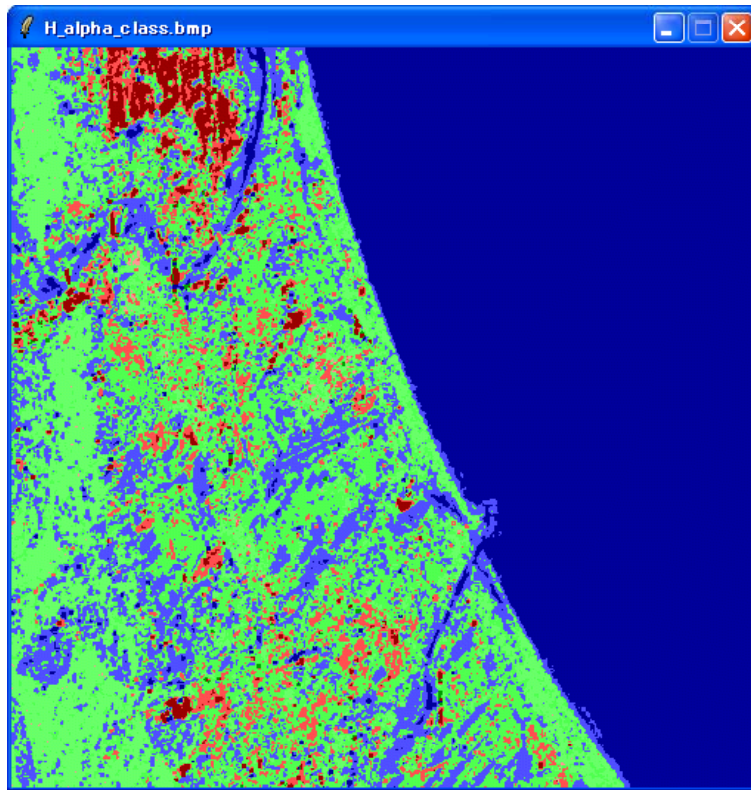


# アルファエントロピーによるターゲットの分類



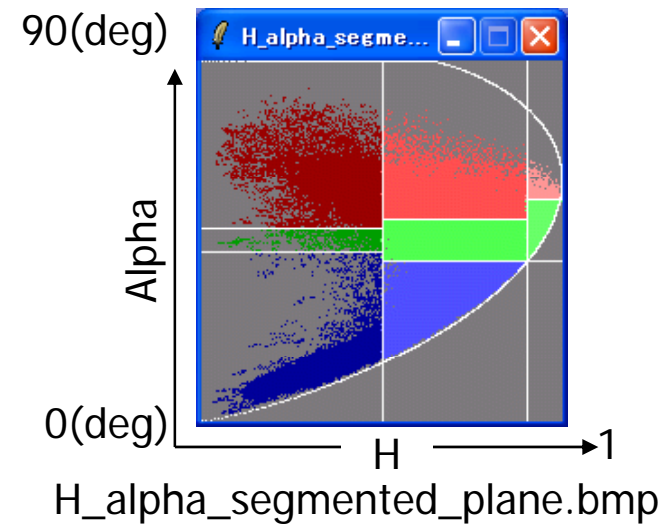


# H-Alpha による地表分類 (自然環境の分類で有効)

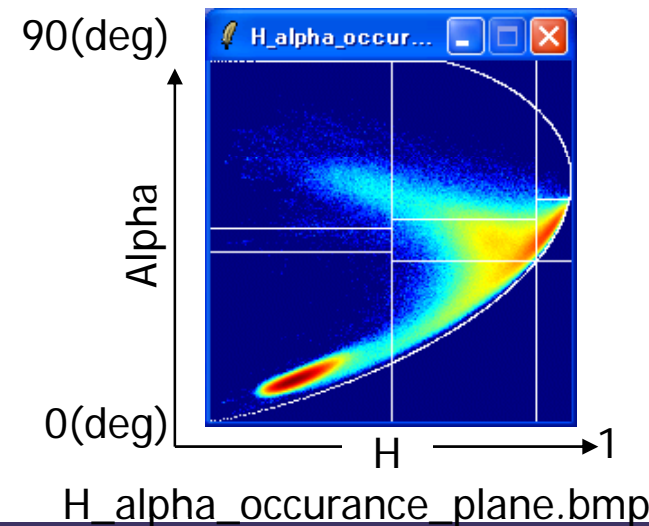


H\_alpha\_class.bmp

Entropy: 散乱の乱雑さ  
Alpha: 散乱のメカニズム

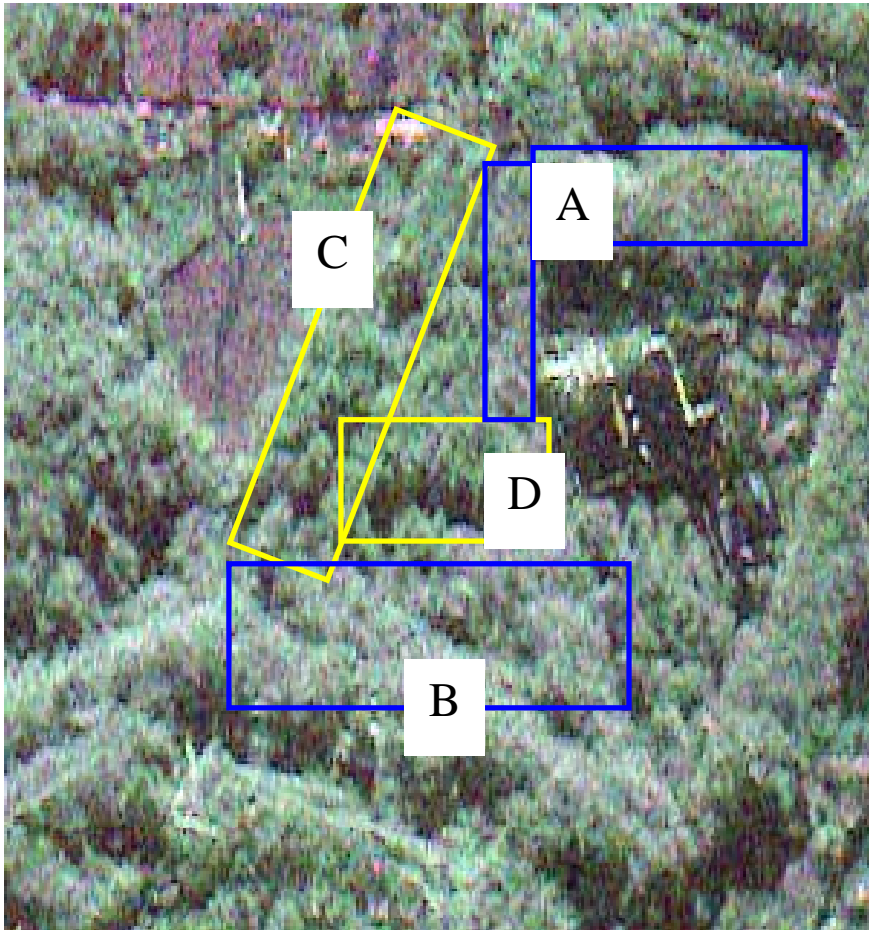


H\_alpha\_segmented\_plane.bmp



H\_alpha\_occurrence\_plane.bmp

# Pi-SAR classification of forest trees



X-band, 30/08/2001 375m\*400m

